

groß sein gegen die angeregten Wellenlängen. Um dieser Forderung besser gerecht zu werden, wurde das Kopplergehäuse so abgeändert, daß es den Bogen enger, gleichmäßiger und über eine doppelt so große Länge als bisher umschloß. Unter diesen Bedingungen wurden alle Messungen wiederholt. Die neuen Meßwerte lagen durchwegs über den alten, so daß eine bessere Übereinstimmung zwischen den gemessenen und den gerechneten Dispersionskurven vorliegt (Abb. 6). — Die etwas schlechtere Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment in der Nähe der Gyroresonanz liegt vermutlich an dem allmählichen Einsetzen der Interferenzen und an dem dort größeren Einfluß der Stöße und der Elektronen-temperatur¹.

Die Gesamtheit der angeführten Argumente macht es also ziemlich sicher, daß in unserem Experiment die Mode III angeregt und nachgewiesen wurde, d. h. daß die angeregten Wellen durch die Randbedingungen am Ankoppelsystem bestimmt sind und nicht durch den Rand des gesamten Entladungsgefäßes, wie ursprünglich erwartet worden war.

Ich danke Herrn Privatdozent Dr. E. W. BLAUTH für sein Interesse an dieser Arbeit und für die Annahme als Dissertation. Herrn Dr. v. GIERKE danke ich für die Aufnahme in seine Abteilung, und für die Möglichkeit, diese Arbeit durchführen zu dürfen. — Mein besonderer Dank gilt Herrn H. STÖCKERMANN für seine tatkräftige Hilfe bei der Konstruktion und dem Aufbau der Apparatur sowie bei der Durchführung der Messungen und den Herren M. TUTTER und B. O'BRIEN für wertvolle Diskussionen und Hinweise.

Untersuchung des Druckaufbaus einer stationären, magnetfeldstabilisierten Helium-Entladung mit Hilfe magnetischer Messungen *

OTTO KLÜBER

Institut für Plasmaphysik, Garching bei München

(Z. Naturforschg. 22 a, 1599—1612 [1967]; eingegangen am 6. Juni 1967)

A stationary discharge is produced by a current flowing parallel to the magnetic field of a cylindrical coil. In the region where the field is homogeneous the pressure in the plasma column is much higher than that in the surrounding neutral gas. This is mainly caused by diamagnetic ring currents, as is shown by measuring the magnetic flux due to these currents. Two effects are primarily responsible for the ring currents in this region: The already known effect of the ambipolar diffusion across the magnetic field and a thermomagnetic effect, called NERNST effect, whose influence on the pressure build-up of a plasma has not been investigated hitherto. Other phenomena causing ring currents occur in the plasma near the coil ends and outside the field coil.

Die in herkömmlichen stationären Lichtbögen erreichbaren Achsentemperaturen werden meistens durch die mit steigender Temperatur stark wachsenden Wärmeleitungsverluste begrenzt. Es liegt deswegen nahe, einem solchen Bogen ein achsenparalleles Magnetfeld zu überlagern, um die Wärmeleitfähigkeit des Plasmas in radialer Richtung stark zu reduzieren und so die Achsentemperatur wesentlich zu steigern. Eine Anordnung, mit der sich das erreichen ließ, wurde von WULFF¹ entwickelt. Sie besteht aus einem etwa 70 cm langen zylindrischen Entladungsrohr von 7 cm Durchmesser, das sich in einer zylindrischen Magnetfeldspule von ungefähr

gleicher Länge befindet. An dieses Rohr sind an beiden Seiten Quarztrichter mit ringförmigen Elektroden angesetzt, zwischen denen für etwa 1 msec ein stationärer Bogen mit einer Stromstärke von einigen kA gezündet wird. Das durch die Spule erzeugte Magnetfeld ist während der Entladungsdauer ebenfalls konstant. Im Inneren der Feldspule wird so eine zylindrische Plasmaläule von etwa 1 cm Radius erzeugt. Als Füllgas wird Helium verwendet. Aus dem experimentellen Befund, daß die Linienstrahlung in der Umgebung der Achse völlig ausgestorben ist, ergibt sich, daß die Achsentemperatur erheblich über 10⁵ °K liegen muß. Die bisherigen Unter-

* Auszug aus der von der Fakultät für Maschinenwesen und Elektrotechnik der Technischen Hochschule München genehmigten Dissertation über „Untersuchung des Druckaufbaus einer stationären, magnetfeldstabilisierten He-

lium-Entladung mit Hilfe magnetischer Messungen“ des Dipl.-Phys. OTTO KLÜBER.

¹ H. WULFF, Proc. 7th Intern. Conf. on Phenomena in Ionized Gases, Vol. I, p. 829, Belgrade 1965.



suchungen ließen außerdem darauf schließen, daß der Druck in diesem Gebiet wesentlich größer ist als der Druck in dem die Plasmasäule umgebenden Neutralgasmantel. Das ließ sich nicht mit der Kompression des Plasmas durch das Eigenfeld des Entladungsstromes (*pinch*-Effekt) erklären; es ist vielmehr zu erwarten, daß im Plasma Ringströme fließen, die zusammen mit dem axialen Magnetfeld eine nach innen gerichtete radiale Kraftdichte bilden, die dem Druckgradienten das Gleichgewicht hält. Daß Ringströme in einer solchen Bogensäule mit überlagertem Magnetfeld den Druckaufbau wesentlich beeinflussen können, ist seit den Untersuchungen von WIENECKE² bekannt, die die Druckerhöhung durch ambipolare Diffusion senkrecht zu einem Magnetfeld behandeln. Die Existenz solcher Ringströme ist im Prinzip leicht nachzuweisen. Die Ströme im Plasma erzeugen ja ihrerseits ein Magnetfeld, das im folgenden als das innere Feld $\mathbf{B}^{(i)}$ bezeichnet werden soll, und das sich dem äußeren, von der Spule hervorgerufenen Feld $\mathbf{B}^{(a)}$ überlagert. $\mathbf{B}^{(i)}$ läßt sich aufteilen in das azimutale Feld $B_{\varphi}^{(i)} \mathbf{e}_{\varphi}$ des Entladungsstromes und das meridionale Feld $\mathbf{B}_{\text{m}}^{(i)} = B_r^{(i)} \mathbf{e}_r + B_z^{(i)} \mathbf{e}_z$, das von den Ringströmen hervorgerufen wird. Der magnetische Fluß

$$\Phi = \Phi^{(a)} + \Phi^{(i)} = \int B_z^{(a)} d(\pi r^2) + \int B_z^{(i)} d(\pi r^2) \quad (1)$$

durch eine auf das Entladungsrohr aufgewickelte Induktionsspule ist also verschieden, je nachdem, ob

nur das Spulenfeld oder in diesem Feld auch ein Plasma vorhanden ist. Die experimentelle Schwierigkeit besteht darin, daß bei den hier vorliegenden Verhältnissen $|B_z^{(i)}| \ll |B_z^{(a)}|$ ist. Das kann man aus der bekannten Beziehung $p + B^2/2 \mu_0 = \text{const}$ entnehmen, die (für einfache geometrische Verhältnisse) den Zusammenhang zwischen dem Druck p und dem Magnetfeld $\mathbf{B} = \mathbf{B}^{(a)} + \mathbf{B}^{(i)}$ in einem Plasma angibt. Setzen wir $B^{(a)} = 50 \text{ kT}$ als einen für die hier untersuchte Entladung typischen Wert ein und nehmen wir an, daß die Druckdifferenz zwischen Achse und Rand der Plasmasäule eine Atmosphäre betragen soll, so kommen wir für die Achse auf $B^{(i)} = 0,25 \text{ kT} = 5 \cdot 10^{-3} B^{(a)}$. Da das äußere Magnetfeld über den gesamten Querschnitt der Meßspule konstant ist, das innere Feld dagegen nur in dem um etwa den Faktor 10 kleineren Plasmaquerschnitt merklich von 0 verschieden ist, ist das Verhältnis der Flüsse $\Phi^{(i)}$ und $\Phi^{(a)}$ noch um eine Größenordnung kleiner. Im folgenden wird nun dargelegt, wie man $\Phi^{(i)}$ trotzdem getrennt von $\Phi^{(a)}$ messen kann, welche Aussagen man aus diesen Messungen über den Druckaufbau in der Plasmasäule gewinnt, und wodurch die Ringströme zustande kommen, die diesen Fluß $\Phi^{(i)}$ hervorrufen.

1. Versuchsanordnung

Abb. 1 zeigt schematisch das Entladungsrohr und die Feldspule. Im Inneren der Spule hat das Plasma

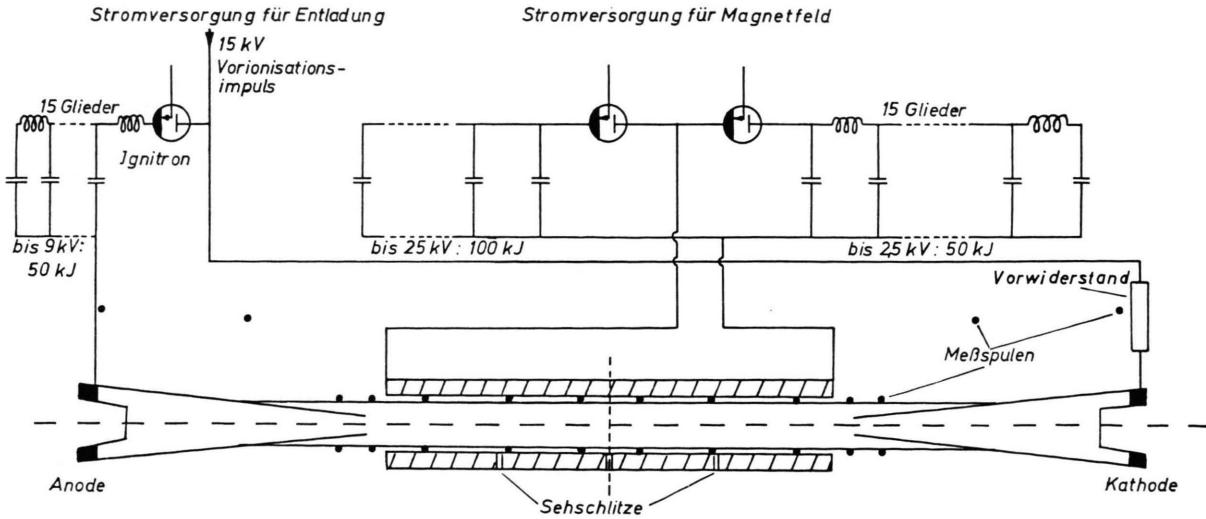


Abb. 1. Entladungsrohr mit Magnetfeldspule im Längsschnitt und Prinzipschaltbild der Stromversorgung.

² R. WIENECKE, Z. Naturforschg. **18 a**, 1151 [1963].

einen Radius von etwa 1 cm; der Rohrradius beträgt dort 3,5 cm. Die Führungstrichter sind so geformt, daß sie mit Feldlinien des Spulenfeldes zusammenfallen. Dadurch ergibt sich ein stetiger Übergang für die Führung des Entladungsstromes durch die magnetischen Feldlinien im Mittelteil und durch die Trichterwände vor den Elektroden, wo die Spulenfeldstärke auf 0,3% ihres Maximalwertes abgefallen ist.

Die Energie für die Plasmaerzeugung ist in einer Verzögerungskette gespeichert. Eine solche Anordnung liefert einen rechteckigen Stromimpuls, wenn sie auf einen OHMSchen Widerstand geschaltet wird, der gleich dem Wellenwiderstand der Verzögerungskette ist. Der Abschlußwiderstand setzt sich zu etwa gleichen Teilen aus dem Widerstand der Entladung und einem Vorwiderstand zusammen. Die Impulslänge ist maximal 1400 μ sec; die Stromamplitude liegt zwischen 2 und 4 kA. Das Magnetfeld wird ebenfalls für die Dauer der Entladung konstant gehalten. Das läßt sich mit folgender Anordnung³ erreichen: Die Feldspule bildet zusammen mit einem Kondensator einen schwach gedämpften Schwingkreis. Im ersten Strommaximum wird wieder eine Verzögerungskette zugeschaltet. Da in diesem Augenblick der induktive Spannungsabfall an der Spule verschwindet, reagiert die Kette nur auf den OHMSchen Widerstand der Spule. Durch geeignete Wahl der Ladespannungen läßt sich erreichen, daß der Strom konstant weiterfließt bis die Kette entladen ist. Die Entladung wird innerhalb dieses Zeitabschnitts von 1800 μ sec gezündet. Die Stromversorgung ist ebenfalls in Abb. 1 wiedergegeben; Abb. 5 zeigt den zeitlichen Verlauf des Entladungsstroms und der Spulenfeldstärke. Die Kondensatorbatterie für das Magnetfeld liefert einen Maximalstrom von 15 kA; dem entspricht bei der hier verwendeten Feldspule eine Maximalfeldstärke von 60 kG.

Das Plasma kann axial durch die Fenster in den Elektroden und radial durch schmale Schlitze in der Feldspule beobachtet werden (vgl. Abb. 1). Drehspeigelkameraaufnahmen zeigen, daß das Plasma stationär und im frei brennenden Teil der Entladung ziemlich scharf gegen das umgebende Neutralgas abgegrenzt ist. Zur Bestimmung des radialen Temperaturverlaufs im Mittelteil der Entladung werden *side-on*-Spektren herangezogen. Die Möglichkeiten, aus solchen Spektren die Temperatur zu erhalten, wurden von WULFF⁴ eingehend untersucht. Es wurde ein Verfahren gefunden, das eine Temperaturbestimmung aus dem relativen Verlauf des Kontinuums und geeigneter Linien (des neutralen und des einfach ionisierten Heliums) unabhängig davon gestattet, ob für die Ionisation thermodynamisches Gleichgewicht (SAHA-Gleichung) vorliegt oder nicht. Vorausgesetzt werden muß nur, daß die für die Besetzung hoch angeregter Zustände maßgebenden Stoßprozesse so sehr gegenüber den Strahlungsprozessen dominieren, daß sich diese Zustände im thermo-

dynamischen Besetzungsgleichgewicht mit der nächsthöheren Ionisationsstufe befinden. Das ist um so besser erfüllt, je größer die Elektronendichte ist. Für den Temperaturbereich, in dem das Plasma Linienstrahlung emittiert, findet man aus der Verbreiterung dieser Linien eine Elektronendichte von $1 - 2 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$. Bei dieser Dichte ist nach Untersuchungen von Mc WHIRTER und HEARN⁵ die obige Voraussetzung erfüllt. Ein Beispiel für ein spektroskopisch bestimmtes Temperaturprofil zeigt Abb. 2. In der Umgebung der Achse ist die Linienstrahlung ausgestorben, so daß das oben erwähnte Verfahren dort nicht mehr anwendbar ist.

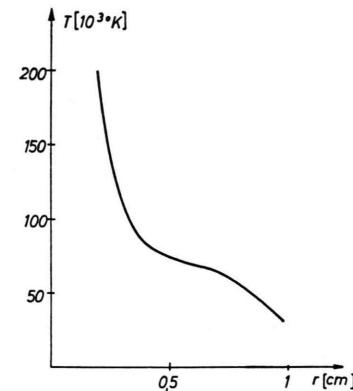


Abb. 2. Spektroskopisch bestimmter radialer Temperaturverlauf im frei brennenden Teil der Entladung.

2. Durchführung und Auswertung der Flußmessungen

Das Entladungsrohr ist, wie aus Abb. 1 ersichtlich, von Induktionsspulen umgeben. Im zylindrischen Teil sind sie auf das Rohr aufgewickelt, an den Trichtern ist ihr Radius ungefähr gleich dem dreifachen Trichterradius an der jeweiligen Stelle. Der Grund dafür wird noch erläutert. Der Fluß Φ durch eine solche Induktionsspule wird mit einem RC-Integrator gemessen. Er setzt sich nach Gl. (1) aus den Beiträgen des äußeren und des inneren Magnetfeldes zusammen. Da $\Phi^{(i)}$ so klein gegen $\Phi^{(a)}$ ist, daß der Unterschied zwischen $\Phi^{(a)}$ und $\Phi^{(a)} + \Phi^{(i)}$ auf dem Oszilloskop nicht zu erkennen ist, muß ein Nullabgleich vorgenommen werden. Die Schaltung eines Abgleichkreises ist in Abb. 3 dargestellt. Die Feldspule 1 ist die das Magnetfeld im Entladungsrohr erzeugende Spule. In Serie zu ihr liegt eine Feldspule 2. Diese beiden Feldspulen werden in so großer Entfernung voneinander aufgestellt,

³ J. DURAND, O. KLÜBER u. H. WULFF, Z. Angew. Phys. **12**, 393 [1965].

⁴ H. WULFF, Z. Naturforschg., in Vorbereitung.

⁵ R. W. P. Mc WHIRTER u. A. G. HEARN, Proc. Roy. Soc. London A **270**, 155 [1962].

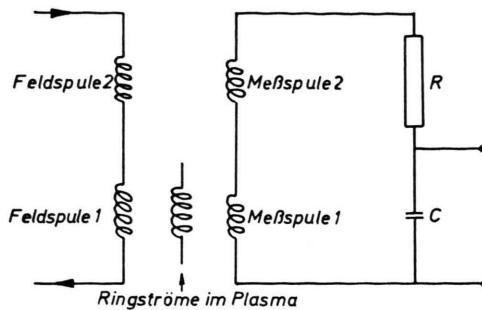


Abb. 3. Prinzipschaltbild für Abgleichverfahren.

daß ihre induktive Kopplung vernachlässigt werden kann. Der Fluß $\Phi_1^{(a)}$ des äußeren Feldes durch die das Entladungsrohr umgebende Meßspule 1 röhrt dann praktisch ausschließlich von Feldspule 1 her; entsprechendes gilt für die im Inneren der Feldspule 2 befindliche Meßspule 2, die zu Meßspule 1 in Serie geschaltet ist. Die Ringströme im Plasma, die in Abb. 3 durch eine weitere Spule repräsentiert sind, erzeugen dann in Meßspule 2 einen Fluß $\Phi_2^{(i)}$, der gegen $\Phi_1^{(a)}$ vernachlässigt werden kann. Polt man die beiden Meßspulen so, daß die vom Spulenfeld gelieferten Signale voneinander abgezogen werden, so ist die Spannung am Kondensator des Integrators

$$U_c = -\frac{1}{RC} (\Phi_1^{(a)} - \Phi_2^{(a)} + \Phi_2^{(i)}). \quad (2)$$

Ein typisches Beispiel für den zeitlichen Verlauf der Flußdifferenz $\Phi_1^{(a)} - \Phi_2^{(a)}$ zeigt das in Abb. 4 wiedergegebene Oszilloskopogramm; es wurde ohne Plasma aufgenommen, d. h. es ist $\Phi_2^{(i)} = 0$. Ferner wurde der Fluß durch eine der Meßspule 1 benachbarte Spule registriert, der praktisch gleich $\Phi_1^{(a)}$ ist. Der Vergleich beider Kurven zeigt, daß die Flüsse $\Phi_1^{(a)}$ und $\Phi_2^{(a)}$ nicht exakt proportional zueinander sind, obwohl die diese Flüsse erzeugenden Feldspulen 1 und 2 vom gleichen Strom durchflossen werden. Das ist, wie eine ausführliche Diskussion des Meßverfahrens⁶ ergab, in erster Linie auf den Skin-Effekt zurückzuführen, der sich in beiden Feldspulen verschieden auswirkt, weil sich diese in den Abmessungen erheblich unterscheiden. In der Tat erhält man eine zu $\Phi_1^{(a)}$ proportionale Differenzkurve $\Phi_1^{(a)} - \Phi_2^{(a)}$, wenn man als zweite Feldspule ein Double der Feldspule 1 benutzt. Das ist aber unökonomisch, weil dann die Hälfte der für das Magnetfeld zur

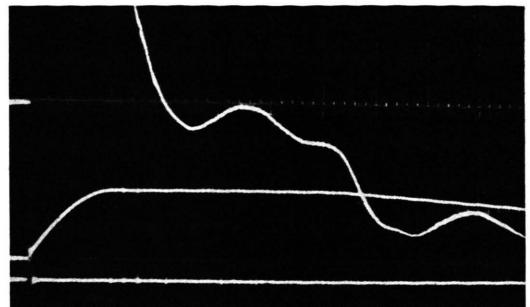


Abb. 4. Oszilloskopogramm: *Oberer Strahl*: Differenz der Flüsse durch die Meßspulen 1 und 2 (Ordinate: $5 \cdot 10^{-6}$ Vsec/Skt). *Mittlerer Strahl*: Fluß durch eine der Meßspule 1 benachbarte Spule (Ordinate: 10^{-2} Vsec/Skt); aufgenommen zur Bestimmung der Spulenfeldstärke. *Unterer Strahl*: Entladungsstromstärke I_E (Ordinate: 2 kA/Skt). Abszisse: 500 μ sec/Skt. Aufnahme ohne Plasma: $I_E = 0$, $\Phi_2^{(i)} = 0$.

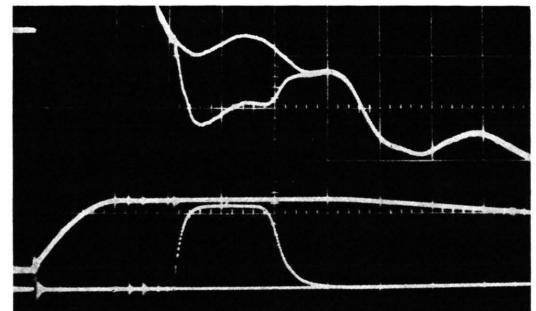


Abb. 5. Oszilloskopogramm: Funktion der Strahlen und Maßstäbe wie in Abb. 4. Überlagerung einer Aufnahme ohne und einer Aufnahme mit Plasma zur Bestimmung des von den Ringströmen im Plasma erzeugten Flusses $\Phi_2^{(i)}$.

Verfügung stehenden Energie zur Kompensation verwendet werden muß. Um nun auch im Fall einer durch Skin-Effekt verzerrten Differenzkurve den Fluß $\Phi_2^{(i)}$ von $\Phi_1^{(a)} - \Phi_2^{(a)}$ unterscheiden zu können, muß man die Nulllinie markieren. Dazu läßt man jeder Entladung noch einen Magnetfeldimpuls ohne Zündung des Bogens folgen. Verschiebt man dabei die Oszilloskopographenkamera nicht, so fallen, wie Abb. 5 zeigt, die beiden Kurven vor und nach dem Bogenstromimpuls zusammen und ihre Differenz während der Plasmabrenndauer liefert $\Phi_2^{(i)}$. (Den Index 1 lassen wir im folgenden weg.) Aus den angegebenen Ordinatenmaßstäben ergibt sich großenordnungsmäßig $|\Phi^{(i)}| = 10^{-3} |\Phi^{(a)}|$.

In dem in Abb. 5 gezeigten Beispiel ist der Fluß $\Phi^{(i)}$ für denselben Zeitabschnitt konstant, in dem der Entladungsstrom konstant ist. Das ist durchweg für die Meßspulen der Fall, die sich über dem frei brennenden Teil der Entladung befinden. Die von den anderen Meßspulen gelieferten Signale haben meistens längere Anstiegszeiten als der Entladungsstrom, erreichen

⁶ O. KLÜBER, Institut für Plasmaphysik, Garching, Bericht Nr. 3/48 [1966].

jedoch fast immer innerhalb der Plasmabrenndauer einen konstanten Wert. Wie an anderer Stelle⁶ gezeigt wurde, sind für diesen langsameren Anstieg der Signale keine Induktionseffekte sondern Einstellvorgänge im Plasma in den Trichtern verantwortlich. Auf diese Phänomene soll im folgenden nicht eingegangen werden; die weiter unten mitgeteilten Resultate beziehen sich auf einen Zeitpunkt, in dem der stationäre Zustand auch in den Trichtern erreicht ist.

Zur Diskussion des Zusammenhangs zwischen dem Fluß $\Phi^{(i)}$ des inneren Feldes $\mathbf{B}^{(i)}$ durch eine Meßspule und der dieses Feld erzeugenden Stromdichte j_φ im Plasma gehen wir von einer unendlich langen, zylindersymmetrischen Plasmasäule vom Radius r_0 aus. Der Plasmaradius r_0 soll dabei hier und im folgenden dadurch definiert sein, daß für $r > r_0$ keine Ströme fließen. Für den Fluß durch den Plasmaquerschnitt πr_0^2 ergibt sich aus $\text{rot } \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$ unter Berücksichtigung der Zylindersymmetrie die Beziehung

$$\Phi^{(i)}(r_0) = \mu_0 \int_0^{r_0} j_\varphi(r) \pi r^2 dr. \quad (3)$$

Der Fluß durch eine Meßspule vom Radius $R > r_0$ ist ebenfalls durch $\Phi^{(i)}(r_0)$ gegeben, denn wegen der vorausgesetzten Geometrie verschwindet das innere Feld außerhalb des Plasmas. Reduziert man nun die betrachtete Plasmasäule auf ein Zylinderstück der endlichen Länge l , so nimmt der Fluß durch die Meßspule um einen Geometriefaktor $\gamma < 1$ ab. Dieser Faktor hängt vom Radius R der Meßspule, der Länge l des Zylinderstücks und dem Abstand $|Z - z_M|$ ab, wo Z die z -Koordinate der Meßspule und z_M die z -Koordinate des Zylindermittelpunktes sind. Der Plasmaradius r_0 geht nicht in γ ein, wenn R oder $|Z - z_M|$ quadratisch groß gegen r_0 ist. Das ist für die auf dem zylindrischen Mittelstück des Entladungsrohres angebrachten Meßspulen der Fall (vgl. Abb. 1). Der Einfachheit halber wurden die Radien der über den Trichtern befindlichen Spulen so groß gewählt, daß auch für diese die obige Relation erfüllt ist.

Denkt man sich nun das ganze Plasma aus N Zylinderstücken zusammengesetzt, innerhalb derer sich j_φ nicht mit z ändert, so ist der Beitrag des Plasmazyliners mit dem Index i (z_i sei die z -Koordinate des Mittelpunktes, $r_0(z_i)$ der Radius und l_i die Länge) zum Fluß durch die Meßspule mit der z -Koordinate Z_k und dem Radius R_k durch

$$\Phi_{ik}^{(i)} = \gamma_{ik}(R_i, |Z_k - z_i|, l_i) \Phi_{i\infty}^{(i)} \quad (4)$$

gegeben, wo

$$\Phi_{i\infty}^{(i)} = \mu_0 \int_0^{r_0(z_i)} j_\varphi(r, z_i) \pi r^2 dr \quad (5)$$

ist. $\Phi_{i\infty}^{(i)}$ ist also derjenige Fluß, den ein unendlich langer Zylinder mit derselben Stromdichte in einer Meßspule erzeugen würde. Der gesamte Fluß des inneren Feldes durch die k -te Meßspule ist dann

$$\Phi_k^{(i)} = \sum_{i=1}^N \Phi_{ik}^{(i)} = \sum_{i=1}^N \gamma_{ik} \Phi_{i\infty}^{(i)}. \quad (6)$$

Legt man die Zahl N der Zylinderstücke, in die das Plasma aufgeteilt wird, durch die Anzahl der Meßspulen fest, so liefern die Flußmessungen ein System von N Gleichungen, aus denen sich die N Größen $\Phi_{i\infty}^{(i)}$ bestimmen lassen.

Die Annahme, daß j_φ sich innerhalb eines jeden Teilzylinders nicht mit z ändert, bringt einen systematischen Fehler mit sich, der sich durch Verfeinerung der Unterteilung, d. h. durch Vergrößerung der Anzahl N der Meßspulen beliebig klein machen läßt. Er kann aber auch bei festgehaltenem N abgeschätzt werden, wie eine eingehende Diskussion des Verfahrens zeigt⁶. Man kann also die Resultate einer Meßreihe als glatte Kurve

$$\Phi_\infty^{(i)}(z) = \mu_0 \int_0^{r_0} j_\varphi(r, z) \pi r^2 dr \quad (7)$$

mit dem sich aus dieser Abschätzung ergebenden Fehler darstellen. Ein typisches Beispiel für den Verlauf von $\Phi_\infty^{(i)}$ ist in Abb. 6 dargestellt. Um einen Anhaltspunkt für die Größenordnung von j_φ zu geben, wurde $\Phi_\infty^{(i)}/\mu_0$ statt $\Phi_\infty^{(i)}$ aufgetragen; diese Größe hat die Dimension A cm. (Im mittleren Teil der Kurve ist der systematische Fehler so klein, daß er nicht eingezeichnet werden konnte.) Zur Orientierung wurden ein Längsschnitt des Entladungsrohres und der Feldspule sowie der Verlauf der Spulenfeldstärke $B_z^{(a)}$ auf der Achse in das Diagramm aufgenommen. Die positive z -Richtung wurde so gewählt, daß $j_z > 0$ ist; bei der verwendeten Polung der Feldspule ist nach dieser Festlegung $B_z^{(a)} < 0$. Das Plasma ist also für $\Phi_\infty^{(i)} > 0$ im Mittel diamagnetisch.

Um einen direkten Zusammenhang zwischen der gemessenen Verteilung $\Phi_\infty^{(i)}(z)$ und dem Druck im Plasma herzustellen, multiplizieren wir die r -Komponente

$$\partial p / \partial r = j_\varphi B_z - j_z B_\varphi \quad (8)$$

der stationären Form der Bewegungsgleichung – die r -Komponente der konvektiven Trägheitsterme ist

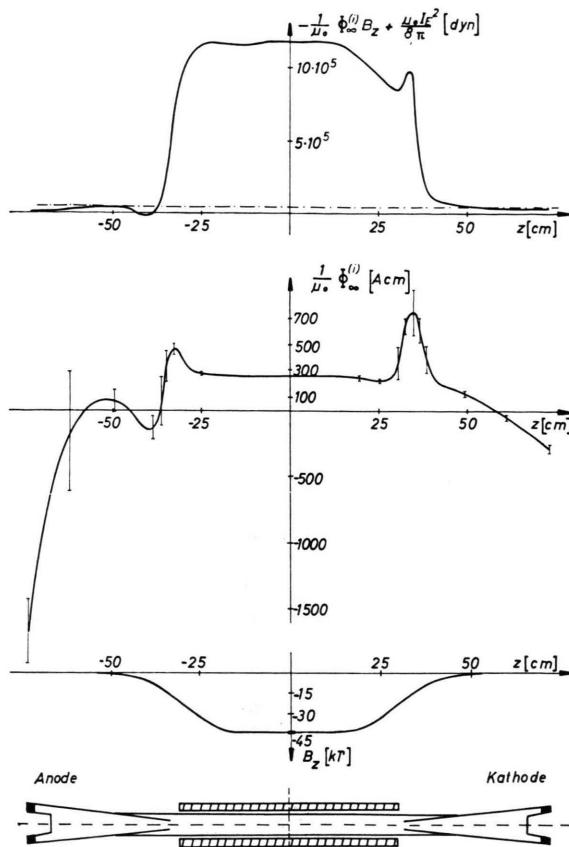


Abb. 6. Von unten nach oben: Längsschnitt durch Entladungsrohr und Feldspule — Verlauf der Spulenfeldstärke auf der Achse — gemessene Verteilung $\Phi_{\infty}^{(i)} / \mu_0$ (der Fülldruck betrug $4 \cdot 10^3 \text{ dyn cm}^{-2}$, die Entladungsstromstärke war $I_E = 3 \text{ kA}$) — Flächenintegral der Druckdifferenz:

$$\int_0^{r_0} [p(r) - p(r_0)] d(\pi r^2) = -\frac{1}{\mu_0} \Phi_{\infty}^{(i)} B_z + \frac{\mu_0}{8\pi} I_E^2.$$

Der Beitrag des pinch-Effektes ist durch eine gestrichelte Linie markiert.

vernachlässigbar — mit $-\pi r^2$ und integrieren sie dann von der Achse aus über r . Als obere Grenze wählen wir den Plasmaradius r_0 , der ja so definiert wurde, daß für $r > r_0$ keine Ströme mehr fließen. Da $|B_z^{(a)}| \gg |B_z^{(i)}|$ ist, und da $B_z^{(a)}$ innerhalb des Plasmas auch für den inhomogenen Bereich des Magnetfeldes von r praktisch unabhängig ist, liefert der erste Term der rechten Seite einfach $-\Phi_{\infty}^{(i)} B_z / \mu_0$. Für den zweiten Term (Beitrag des pinch-Effektes) erhält man unter Verwendung von $\text{rot } \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$ den Ausdruck $\mu_0 I_E^2 / 8\pi$, wo

$$I_E = \int_0^{r_0} j_z d(\pi r^2) \quad (9)$$

der Entladungsstrom ist. Die linke Seite der Gl. (8) kann einmal partiell integriert werden. Dann ergibt sich aus dieser Gleichung:

$$\begin{aligned} \int_0^{r_0} [p(r) - p(r_0)] d(\pi r^2) \\ = - \int_0^{r_0} j_\varphi B_z \pi r^2 dr + \int_0^{r_0} j_z B_\varphi \pi r^2 dr \\ = - \frac{1}{\mu_0} \Phi_{\infty}^{(i)} B_z + \frac{\mu_0}{8\pi} I_E^2. \end{aligned} \quad (10)$$

Aus der gemessenen Verteilung $\Phi_{\infty}^{(i)}$ und dem Entladungsstrom I_E erhält man also das Flächenintegral der Differenz zwischen dem Druck innerhalb der Plasmasäule und dem Druck $p(r_0)$, der auch in dem das Plasma umgebenden Neutralgas herrscht. Dieses Flächenintegral ist ebenfalls in Abb. 6 aufgetragen, wobei der Beitrag $\mu_0 I_E^2 / 8\pi$ des pinch-Effektes durch eine gestrichelte Gerade gekennzeichnet ist. (Da der Druck üblicherweise in dyn cm^{-2} angegeben wird, haben wir die Resultate von VAc-Einheiten auf dyn umgerechnet.) Aus dem Verlauf der Kurve ergibt sich unmittelbar folgendes: Im Mittelteil der Entladung, d. h. in dem Gebiet, in dem das Spulenfeld praktisch homogen ist, übertrifft der Beitrag der azimuthalen Ströme zum Druckaufbau bei weitem den des pinch-Effektes. Der (mittlere) Druck hängt in diesem Gebiet nur schwach von z ab. In den Trichtern hingegen sind die beiden Beiträge von der gleichen Größenordnung. Um weitergehende Aussagen über den Druckaufbau im Plasma machen zu können, muß man den Plasmaradius r_0 und den „Außendruck“ $p(r_0)$ als Funktion von z kennen. Dann kann man aus Gl. (10) den durch

$$\bar{p}^Q = \frac{1}{\pi r_0^2} \int_0^{r_0} p(r) d(\pi r^2) \quad (11)$$

definierten, durch Mittelung über den Plasmaquerschnitt gebildeten Mittelwert des Druckes bestimmen. Die beiden Größen r_0 und $p(r_0)$ konnten nicht experimentell bestimmt, aber mit ausreichender Genauigkeit abgeschätzt werden⁶.

Zur Abschätzung des Plasmaradius r_0 wurde zunächst die Leitfähigkeit σ eines Helium-Plasmas als Funktion der Temperatur im Übergangsgebiet zwischen neutralem Gas und vollständig einfach ionisiertem Plasma betrachtet. Dabei zeigte sich, daß bei den vorliegenden Dichteverhältnissen die Elektron-Ion-Stöße bis herab zu etwa $1,4 \cdot 10^4 \text{ K}$ die Leitfähigkeit bestimmen, σ also noch zu $T^{3/2}$ proportional ist. (Bei dieser Temperatur ist der Ionisationsgrad schon sehr klein.) Für kleinere Temperaturen dominieren die Stöße zwi-

schnen Elektronen und Neutralatomen; die Leitfähigkeit nimmt dann etwa wie die Elektronendichte, also sehr rasch ab. Deswegen wurde dem Plasmaradius die Temperatur $T(r_0) = 1,4 \cdot 10^4 \text{ }^{\circ}\text{K}$ zugeordnet. Für den frei brennenden Teil der Entladung findet man dann durch Extrapolation der gemessenen Temperaturprofile (vgl. Abb. 2) $r_0 = (1,2 \pm 0,1) \text{ cm}$. Die Trichterausgänge haben einen Radius von 1,25 cm. Für die Trichter kann man Plasmaradius und Trichterradius als gleich annehmen; Bildwandler-Aufnahmen zeigen nämlich, daß die Trichter von der Entladung ausgefüllt werden.

Die Temperatur in dem das frei brennende Plasma umgebenden Neutralgasmantel steigt also von der Wandtemperatur $T(R)$ (R ist der Rohrradius; $T(R)$ dürfte etwa gleich der Raumtemperatur sein) auf $1,4 \cdot 10^4 \text{ }^{\circ}\text{K}$ an. Der Druck im Neutralgas ist deswegen um einen Faktor a größer als der Fülldruck von $4 \cdot 10^8 \text{ dyn cm}^{-2}$. Die Annahme, daß die in einen Zylinder vom Radius πR^2 und der Länge 1 cm abgefüllten Teilchen auch während der Entladung in diesem Volumen verbleiben, d. h. daß die während der Entladung herrschende Dichteverteilung sich nur durch radiale Massenströme einstellt, führt zu einer Abschätzung für diesen Faktor a , in den der Verlauf der Temperatur zwischen R und r_0 nicht sehr kritisch eingeht. Man findet so $a \approx 10$, also $p(r_0) \approx 4 \cdot 10^4 \text{ dyn cm}^{-2}$ für den frei brennenden Teil der Entladung. Für die Trichter erhält man mit der obigen Annahme einen um den Faktor 2–4 größeren Außendruck.

Die Abschätzungen führen zu dem Ergebnis, daß der Plasmaradius in den Trichtern etwa gleich dem Trichterradius, im frei brennenden Teil etwa gleich dem Radius der Trichterausgänge von 1,2 cm ist und daß der Außendruck $p(r_0)$ für die gesamte Entladung zwischen $0,4 \cdot 10^5 \text{ dyn cm}^{-2}$ im Mittelteil und etwa 1 bis $1,5 \cdot 10^5 \text{ dyn cm}^{-2}$ in den Trichtern liegt. Für die Entladung, an der die in Abb. 6 aufgetragene Verteilung $\Phi_{\infty}^{(1)}$ gemessen wurde, findet man im Mittelteil den mittleren Druck $\bar{p}^Q = 2,6 \cdot 10^5 \text{ dyn cm}^{-2}$, also einen Wert, der erheblich über $p(r_0)$ liegt. Da bei der Mittelwertbildung nach Gl. (11) die randnahen Zonen der Plasmasäule, in denen der Druck relativ niedrig ist, mit großem Gewicht in \bar{p}^Q eingehen, während der Druck $p(0)$ auf der Achse des Entladungsrohres keinen Beitrag zu diesem Mittelwert liefert, dürfte $p(0)$ noch um einiges größer als \bar{p}^Q sein, also etwa 10^6 dyn cm^{-2} betragen. (Der große Druckunterschied zwischen Achse und Rand des Plasmas im Mittelteil ist, wie schon gesagt, in erster Linie auf die Ringströme zurückzuführen.)

⁷ In der Kräftebilanz für die z -Richtung dürfen außer den konvektiven Trägheitskräften auch die innere Reibung eine Rolle spielen, wie Abschätzungen von H. WULFF und P. H. GRASSMANN ergeben haben.

Für die Trichter findet man dagegen $\bar{p}^Q \approx p(r_0)$, d. h. der Druck ist dort über den Querschnitt fast konstant.

Aus dem Verlauf der Kurve $-\Phi_{\infty}^{(1)} B_z / \mu_0 + \mu_0 I_E^2 / 8\pi$ erhalten wir also – unter Zuhilfenahme der Abschätzungen für r_0 und $p(r_0)$ – folgendes Bild von der Druckverteilung in der Entladung: Im Mittelteil herrscht in der Umgebung der Achse ein Druck von etwa 10^6 dyn cm^{-2} . Er fällt zu den Elektroden hin auf ungefähr 10^5 dyn cm^{-2} ab. Das muß ein axiales Ausströmen des Plasmas zur Folge haben, da dem axialen Druckgradienten – zumindest auf der Achse selbst – nicht durch eine LORENTZ-Kraft das Gleichgewicht gehalten werden kann⁷. Eine axiale Strömungsgeschwindigkeit konnte auch direkt beobachtet werden; sie manifestierte sich in *end-on* aufgenommenen Spektren als DOPPLER-Verschiebung schmaler Linien⁸. Da nun \bar{p}^Q im Mittelteil während der Plasmabrenndauer zeitlich konstant ist und da auch die dort zu verschiedenen Zeitpunkten aufgenommenen Spektren keine zeitlichen Änderungen der Dichte (z. B. Änderungen der Kontinuumsintensität) erkennen lassen, muß die axial abfließende Materie durch einen radia- len Zustrom im Mittelteil ersetzt werden. Dieses Bild vom Druckaufbau und Strömungsverlauf entspricht den bereits von WULFF auf Grund früherer Untersuchungen¹ entwickelten Vorstellungen. Überraschend ist jedoch der Betrag des Druckes im Mittelteil der Entladung. Die Frage, welche Phänomene die azimutale Stromdichte in diesem Bereich hervorrufen, steht deswegen im Vordergrund des Interesses.

3. Diskussion der Resultate

In diesem Abschnitt soll an Hand des verallgemeinerten OHMSchen Gesetzes geklärt werden, welche stromtreibenden Kräfte in den verschiedenen Bereichen der Entladung für das Zustandekommen der Ringströme und damit der gemessenen Verteilung $\Phi_{\infty}^{(1)}(z)$ maßgebend sind. Dabei gehen wir so vor, daß wir zunächst den Mittelteil der Entladung durch eine zylindersymmetrische Plasmasäule idealisieren (was durch das Experiment nahegelegt wird) und das Auftreten von Ringströmen in einem solchen

⁸ Die Messung der DOPPLER-Verschiebungen wurde von K. BERGSTEDT durchgeführt.

Plasma untersuchen. Dann diskutieren wir, inwie weit sich der Mittelteil durch dieses Modell beschreiben lässt. Anschließend untersuchen wir den Verlauf von $\Phi_{\infty}^{(1)}(z)$ für die gesamte Länge der Entladung, d. h. auch für die Umgebung der Spulenenden und die Trichter.

a) Zylindersymmetrische Plasmasäule: Druckerhöhung durch ambipolare Diffusion und Nernst-Effekt; Reduzierung des pinch-Effektes

Wir untersuchen das Auftreten von φ -Strömen in einer zylindersymmetrischen und stationären, von Neutralgas umgebenen Plasmasäule mit achsenparallelem Magnetfeld und beginnen mit der ambipolaren Diffusion. Im Übergangsgebiet zwischen dem Neutralgas und dem vollständig einfach ionisierten Plasma diffundieren infolge der dort vorhandenen Partialdruckgradienten die Elektronen und Ionen in Richtung geringeren Ionisationsgrades, in unserem Fall also radial nach außen; die Neutralatome bewegen sich in Richtung höheren Ionisationsgrades, also nach innen. Wenn sich die Ladungsträger senkrecht zu einem Magnetfeld bewegen, stellt sich über eine Stromdichte j_{φ} eine radiale Kraftdichte ein, die die Bewegung der geladenen Teilchen behindert und zu einem Druckanstieg führt. Ähnlich liegen die Verhältnisse beim Auftreten der zweiten Ionisationsstufe. Dieses Phänomen führt, wie zuerst von WIENECKE² erkannt wurde, unter Verhältnissen, wie sie hier vorliegen, zu einer erheblichen Druckerhöhung im Plasma.

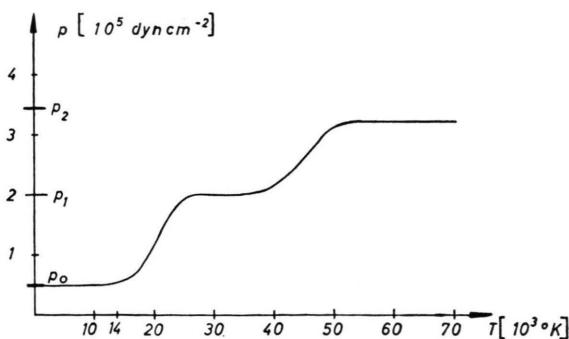


Abb. 7. Druckerhöhung durch ambipolare Diffusion senkrecht zum Magnetfeld nach Resultaten von WIENECKE. Außendruck $p_0 = 5 \cdot 10^4 \text{ dyn cm}^{-2}$. $B_z = 40 \text{ kG}$.

Abb. 7 zeigt ein Beispiel für den Verlauf des Druckes in Abhängigkeit von der Temperatur nach Rechnungen von WIENECKE. Dabei wurde angenommen, daß der pinch-Effekt vernachlässigbar ist. Die Werte für Neutralgasdruck $p_0 (= p(r_0))$ und Magnetfeld entspre-

chen ziemlich genau denen in der hier untersuchten Entladung. Trägt man nun die Druckerhöhung, d. h. die Differenz zwischen dem Druck p_2 am Rand des vollständig doppelt ionisierten Plasmas und dem Druck p_0 als Funktion von B auf, so ergibt sich, daß $p_2 - p_0$ in einem weiten Bereich von B , der den von uns verwendeten Feldbereich $30 \text{ kG} \leq B \leq 60 \text{ kG}$ einschließt, zu B proportional ist. Unter den hier vorliegenden Bedingungen ist p_2 erheblich größer als p_0 , so daß auch p_2 selbst etwa proportional zu B ist.

Wir untersuchen nun das Auftreten von Ringströmen im Kern der Plasmasäule, d. h. im Bereich, in dem das Helium vollständig doppelt ionisiert ist (Zwei-Komponenten-Plasma). Zum verallgemeinerten OHMSchen Gesetz gelangt man durch Kombination der Bewegungsgleichungen der Ionen und der Elektronen. Dabei erhält man zunächst die Gleichung⁹

$$\frac{1}{e n_e} \mathbf{R}^{(ei)} = \mathbf{E} + \left(\mathbf{v} - \frac{1}{e n_e} \mathbf{j} \right) \times \mathbf{B} + \frac{1}{e n_e} \operatorname{grad} p_e. \quad (12)$$

Dabei ist $\mathbf{R}^{(ei)}$ der pro Zeit- und Volumeneinheit zwischen Elektronen und Ionen durch Stöße ausgetauschte Impuls; die anderen Größen haben die bekannte Bedeutung. Da wir Zylindersymmetrie voraussetzen, verschwinden $\partial/\partial_{\varphi}$, B_r , v_r und j_r ; im stationären Fall ist auch $E_{\varphi} = 0$. Also verschwindet die φ -Komponente der rechten Seite der Gl. (12), so daß $R_{\varphi}^{(ei)} = 0$ gilt.

Der Reibungsterm $\mathbf{R}^{(ei)}$ ist in erster Näherung zur Relativgeschwindigkeit $\mathbf{u} = \mathbf{v}_e - \mathbf{v}_i$ zwischen Elektronen und Ionen proportional. Man kann für ihn $\mathbf{R}^{(ei)} = -m_e n_e \mathbf{u} / \tau_e'$ ansetzen, wo τ_e' die Zeit ist, nach der ein Elektron im Mittel seinen gerichteten Impuls $m_e \mathbf{u}$ durch Stöße an die Ionen verloren hat. Da die elektrische Stromdichte $\mathbf{j} = -e n_e \mathbf{u}$ ist, findet man so $\mathbf{R}^{(ei)} / e n_e = \mathbf{j} / \sigma$, woraus sich die elektrische Leitfähigkeit $\sigma = e^2 n_e \tau_e' / m_e$ ergibt. In dieser Näherung folgt aus $R_{\varphi}^{(ei)} = 0$ also $j_{\varphi} = 0$. Demnach wäre der Druck im Kern des Plasmas konstant, soweit man vom pinch-Effekt absehen kann.

Nun ist aber aus der Thermodynamik irreversibler Prozesse bekannt, daß eine Reibungskraft zwischen zwei Teilchensorten nicht nur durch eine Relativbewegung sondern auch durch einen Temperatur-

⁹ Vgl. A. SCHLÜTER, Z. Naturforsch. 5a, 72 [1950] oder L. SPITZER, Physics of Fully Ionized Gases, 2nd Ed., Interscience Publishers Inc., New York 1962. Für ein stationäres und zylindersymmetrisches Plasma verschwinden die Trägheitskräfte exakt; ihre Beiträge zu Gl. (12) lassen sich unter den hier vorliegenden Verhältnissen auch für $d/dt \neq 0$ vernachlässigen. (Schleichende Diffusion.)

gradienten hervorgerufen wird. Ist ein Magnetfeld vorhanden, so hängt \mathbf{R} – die Indices ei lassen wir im folgenden fort – auch von den Winkeln zwischen \mathbf{u} und $\text{grad } T$ einerseits und \mathbf{B} andererseits ab. Es gilt im allgemeinen

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}^{(u)} + \mathbf{R}^{(T)} \quad (13)$$

mit

$$\mathbf{R}^{(u)} = a_1 \mathbf{u}_{||} + a_2 \mathbf{u}_{\perp} + a_3 \mathbf{u} \times \mathbf{B}, \quad (13 \text{ a})$$

$$\mathbf{R}^{(T)} = b_1 \nabla_{||} T + b_2 \nabla_{\perp} T + b_3 \nabla T \times \mathbf{B}, \quad (13 \text{ b})$$

wo $\mathbf{u}_{||}$ und \mathbf{u}_{\perp} durch

$$\mathbf{u}_{||} = \frac{u \mathbf{B}}{B^2} \mathbf{B}; \quad \mathbf{u}_{\perp} = \frac{\mathbf{B}}{B^2} \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad (14)$$

und $\nabla_{||} T$, $\nabla_{\perp} T$ analog definiert sind. Die in den Gl. (13 a, b) auftretenden Koeffizienten wurden von verschiedenen Autoren¹⁰ durch Lösung der BOLTZMANN-Gleichung bestimmt. Sie hängen von der Elektronendichte n_e , der Gyrofrequenz ω_e der Elektronen und von

$$\tau_e = \frac{3 m_e^{1/2} (k T)^{3/2}}{4 (2 \pi)^{1/2} Z^2 e^4 n_i \ln \lambda} \quad (15)$$

ab. τ_e kann als eine mittlere freie Flugzeit der Elektronen interpretiert werden, stimmt ungefähr mit der oben definierten Zeit τ_e' überein und ist folgendermaßen festgelegt: Beschreibt man die Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen durch eine um die Geschwindigkeit $|\mathbf{u}|$ verschobene MAXWELL-Verteilung, so ergibt sich gerade der Wert $-m_e n_e \mathbf{u} / \tau_e$ für den Anteil von \mathbf{R} , der zu \mathbf{u} parallel ist. Bei Abwesenheit eines Feldes (oder für $\mathbf{u} = \mathbf{u}_{||}$) wird die Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen aber nicht nur verschoben, sondern auch deformiert, weil die schnellen Elektronen, die seltener stoßen, ($\tau_e \sim T^{3/2}$) bevorzugt zum Stromtransport beitragen. Dadurch reduziert sich dieser Anteil des Reibungsterms ungefähr um den Faktor 1/2. (Der genaue Wert hängt von der Ionenladung Z ab.) Ist \mathbf{u} senkrecht zu \mathbf{B} und ist $\omega_e \tau_e \gg 1$, kann diese Deformation nicht auftreten, weil die Bewegung aller Elektronen vom Feld behindert wird. Daraus ergibt sich die bekannte Anisotropie der Leitfähigkeit: $\sigma_{\perp} \approx \frac{1}{2} \sigma_{||}$.

Spezialisiert man Gl. (13) wieder auf den zylindersymmetrischen Fall, so verschwinden die φ -Kom-

ponenten von $\mathbf{u} \times \mathbf{B}$ und $\text{grad } T$. Setzt man außerdem – entsprechend den Verhältnissen im Mittelteil der Entladung – $\omega_e^2 \tau_e^2 \gg 1$ voraus, so erhält man aus Gl. (13):

$$R_{\varphi} = - \frac{m_e n_e}{\tau_e} (\frac{1}{2} u_{||\varphi} + u_{\perp\varphi}) - \frac{1}{\omega_e \tau_e} \cdot \frac{3}{2} n_e k \frac{\partial T}{\partial r}. \quad (16)$$

Der zweite Term dieser Gleichung entspricht dem letzten Term der Gl. (13), der einen thermomagnetischen Effekt, nämlich das Auftreten einer zu \mathbf{B} und $\text{grad } T$ senkrechten Reibungskraft beschreibt. Das kann man sich nach BRAGINSKY¹¹ an Hand der Abb. 8

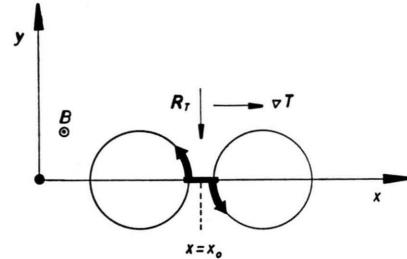


Abb. 8. Reibungskraft senkrecht zu $\text{grad } T$ und \mathbf{B} .

folgendermaßen veranschaulichen: Wir betrachten die an der Stelle x_0 in positiver und in negativer y -Richtung wirkenden Reibungskräfte R_y^+ und R_y^- . Sie sind von der Größenordnung $m_e n_e v_e^{\text{th}} / \tau_e$, wo v_e^{th} die mittlere thermische Geschwindigkeit der Elektronen ist. In einem homogenen Plasma kompensieren sich R_y^+ und R_y^- exakt; ist jedoch ein Magnetfeld in z -Richtung und ein Temperaturgradient in x -Richtung vorhanden, so sind die in negativer y -Richtung fliegenden Elektronen im Mittel schneller, werden also weniger von den Ionen gebremst ($\tau_e \sim v^3$). Es bleibt also eine resultierende Reibungskraft $R_y^{\text{res}} = R_y^+ - R_y^-$. Setzt man $r_e / T \cdot \partial T / \partial x$ mit r_e = Gyroradius der Elektronen für den relativen Unterschied zwischen R_y^+ und R_y^- an, so ist

$$R_y^{\text{res}} \approx - \frac{m_e n_e v_e^{\text{th}}}{\tau_e} \frac{r_e}{T} \frac{\partial T}{\partial x} = - \frac{1}{\omega_e \tau_e} n_e k \frac{\partial T}{\partial x}. \quad (17)$$

Das Auftreten einer solchen Reibungskraft ist bei Metallen seit langem als NERNST-Effekt bekannt. Sie stellt im Plasma ebenso wie in Metallen eine elektromotorische Kraft dar, die in unserem Fall azimuthal

¹⁰ Zum Beispiel S. I. BRAGINSKY, Soviet Phys. JETP 6, 358 [1958], W. FENEBERG, H. FISSE, Proc. 7th Intern. Conf. on Phenomena in Ionized Gases, Belgrade, 4.2.1 (1) (1965). Weitere Literaturhinweise finden sich bei L. SPITZER, Physics of Fully Ionized Gases, 2nd Ed.

¹¹ S. I. BRAGINSKY, Phenomènes de Transport dans les Plasmas, EUR-CEA-FC-306-TR.

gerichtet ist und deswegen nicht durch ein Raumladungsfeld kompensiert werden kann; sie treibt also einen Strom. Dieser Strom läßt sich für ein stationäres, zylindersymmetrisches Zwei-Komponenten-Plasma¹² sofort aus Gl. (16) bestimmen; wir hatten ja festgestellt, daß in diesem Fall die azimutale Komponente der gesamten Reibungskraft verschwindet ($R_\varphi^{(u)} + R_\varphi^{(T)} = 0$). Nun ist noch zu beachten, daß $u_{\parallel\varphi}$ wegen $B_\varphi \neq 0$ nicht verschwindet. Mit Hilfe der Gl. (14) kann man $u_{\parallel\varphi}$ und $u_{\perp\varphi}$ durch u_φ und u_z ausdrücken; für $B_\varphi^2 \ll B_z^2$ und $\sigma_\perp = \frac{1}{2} \sigma_\parallel$ erhält man dann den einfachen Ausdruck

$$j_\varphi = \frac{1}{2} \frac{B_\varphi}{B_z} j_z + \frac{1}{B_z} \cdot \frac{3}{2} n_e k \frac{\partial T}{\partial r}, \quad (18)$$

in dem [wie schon aus Gl. (16) hervorgeht] die für die Stöße zwischen Elektronen und Ionen charakteristische Größe τ_e nicht vorkommt, obwohl das Auftreten der azimutalen Stromdichte ohne die Wirkung dieser Stöße nicht verstanden werden kann.

Die Konsequenzen für den Druckaufbau ergeben sich sofort durch Einsetzen der Gl. (18) in Gl. (8). Setzt man noch $p = p_e + p_i = (Z+1)n_e k T/Z$ ein, so folgt

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial r} &\equiv \frac{Z+1}{Z} n_e k \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{Z+1}{Z} k T \frac{\partial n_e}{\partial r} \\ &= \frac{3}{2} n_e k \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{1}{2} j_z B_\varphi. \end{aligned} \quad (19)$$

Der Beitrag des pinch-Effektes wird somit durch den ersten Term der Gl. (18), also wegen der Anisotropie der Leitfähigkeit um den Faktor $1/2$ reduziert. Wäre dieser Term allein vorhanden, so würde das von j_φ erzeugte innere Magnetfeld das äußere verstärken. Ein solcher Term soll paramagnetisch genannt werden. Der NERNST-Term ist ein diamagnetischer, also druckerhöhender Term. Er liefert für den Fall, daß vom pinch-Effekt abgesehen werden kann, die Beziehung

$$n_e = \text{const } T^{(Z-2)/2(Z+1)} \quad (20)$$

zwischen Dichte und Temperatur im Kern der Plasmasäule. Der Druck in einem solchen Plasmakern bleibt also auch bei vernachlässigbarem pinch-Effekt nicht konstant, sondern wächst infolge des NERNST-Effektes mit der Temperatur weiter an. Diese Auswirkung des NERNST-Effektes auf den

¹² Der NERNST-Effekt tritt natürlich auch in einem Drei-Komponenten-Plasma auf; dort dürfte jedoch, wie Abschätzungen⁶ zeigen, der Einfluß der ambipolaren Diffusion auf den Druckaufbau meist überwiegen.

Druckaufbau in einem Plasma ist unseres Wissens bisher nicht beachtet worden.

Für $Z=2$, also für ein vollständig doppelt ionisiertes Helium-Plasma, ist nach Gl. (20) $n_e = \text{const}$ [was sich schon aus Gl. (19) ablesen läßt], und somit $p \sim T$. Für $Z=1$ ergibt sich $p \sim T^{3/4}$.

Bevor wir uns im folgenden Abschnitt der Frage zuwenden, ob der Mittelteil der experimentell untersuchten Entladung sich wie das oben beschriebene Plasma verhält, wollen wir die Aussagen dieses Abschnitts kurz zusammenfassen: Wir hatten den stationären Zustand einer zylindersymmetrischen Plasmasäule mit achsenparallelem Entladungsstrom, achsenparallelem Magnetfeld und umgebendem Neutralgas betrachtet. Das Magnetfeld trägt aus zwei Gründen über φ -Ströme zum Druckaufbau bei: Wegen der ambipolaren Diffusion und wegen des NERNST-Effektes. Beide wirken druckerhöhend und es gibt Fälle, in denen die Druckerhöhung durch den pinch-Effekt demgegenüber vernachlässigbar ist. Der Entladungsstrom trägt dann zum Druckaufbau nur indirekt, nämlich über die Aufheizung des Plasmas, bei. (Das ist nach Aussage der Abb. 6 auch für die hier untersuchte Entladung der Fall.) Dann liefern diese beiden vom Magnetfeld hervorgerufenen Effekte einen Zusammenhang zwischen Druck und Temperatur, in den als Parameter das Magnetfeld und der Druck p_0 im Neutralgas eingehen. Bezeichnet man den Teil der Plasmasäule, der nur aus Elektronen und den Ionen der höchsten jeweils auftretenden Stufe besteht, als den Kern, so wird der Druckaufbau im Kern durch den NERNST-Effekt allein bestimmt. Ist dort $\omega_e^2 \tau_e^2 \gg 1$, so erhält man eine von B unabhängige Beziehung zwischen Druck und Temperatur. Der Druckanstieg vom Neutralgasmantel bis zum Rand des Kerns wird durch das Zusammenwirken von ambipolarer Diffusion und NERNST-Effekt bestimmt, wobei die ambipolare Diffusion meistens dominieren wird. Für bestimmte Bereiche der Parameter p_0 und B findet man weiter, daß der Druck am Rand des Plasmakerns fast unabhängig von p_0 und zu B proportional ist.

b) Ringströme im Mittelteil der Entladung

Bei der Auswertung unserer Flußmessungen hatten wir gefunden, daß in dem Teil der frei brennenden Entladung, in dem das Spulenfeld praktisch homogen ist, der Fluß $\Phi_\infty^{(i)}$ und damit der mittlere Druck \bar{p}^Q von z praktisch nicht abhängen. Die Länge

dieses Abschnittes der Plasmasäule ist etwa $2/3$ der Länge der Feldspule (vgl. Abb. 6). Diesen Bereich der Entladung hatten wir als Mittelteil bezeichnet. Nach den Ergebnissen des vorigen Abschnittes treten in diesem Mittelteil Ringströme auf Grund der ambipolaren Diffusion und des NERNST-Effektes auf; wir fragen uns nun, ob infolge Abweichungen von der Zylindersymmetrie noch andere stromtreibende Kräfte zu erwarten sind.

Wir beginnen mit dem vollständig doppelt ionisierten Kern des Plasmas und betrachten wieder die φ -Komponente der Gl. (12), diesmal für den Fall, daß statt Zylindersymmetrie nur Rotationssymmetrie vorliegt. Da wir weiterhin mit $B_r = 0$ rechnen dürfen, können wir für die φ -Komponente der rechten Seite dieser Gleichung

$$-(v_r - j_r/e n_e) B_z$$

setzen. Wir hatten oben festgestellt, daß das Plasma in der Umgebung der Achse in Richtung auf die Elektroden abströmt und daß dieser Materieverlust durch einen radialen Zustrom ersetzt wird; im Mittelteil ist also $v_r < 0$. Das führt zu einem paramagnetischen, also druckmindernden Beitrag zu j_φ . Dieser Term muß möglicherweise berücksichtigt werden. Dagegen können wir $j_r = 0$ setzen, denn der Plasmaradius ist im Mittelteil konstant, wie *side-on*-Spektren zeigen, die an verschiedenen Beobachtungsschlitzten (vgl. Abb. 1) aufgenommen wurden. Auf der rechten Seite der Gl. (12) bleibt also nur der Term $-v_r B_z$ stehen. Für die linke Seite, also für R_φ können wir wie im zylindersymmetrischen Fall Gl. (16) benutzen, denn es ist ja $(\mathbf{u} \times \mathbf{B})_\varphi = 0$. Um die azimutale Stromdichte im Mittelteil zu erhalten, brauchen wir also nur die rechte Seite der Gl. (18) um den Term $-\sigma_\perp v_r B_z$ zu erweitern. Diese Gleichung beschreibt allerdings nur den vollständig doppelt ionisierten Kern. Man kann ihre Gültigkeit aber leicht auf das Übergangsgebiet, in dem ambipolare Diffusion stattfindet, ausdehnen, wenn man noch einen Term $-\sigma_\perp d_r B_z$ hinzufügt⁶. Der Vektor \mathbf{d} hat die Dimension einer Geschwindigkeit und beschreibt die ambipolare Diffusion. Er hat die Rich-

tung von $-\text{grad } T$. Somit erhalten wir für die azimutale Stromdichte im Mittelteil

$$j_\varphi = \frac{1}{2} \frac{B_\varphi}{B_z} j_z + \frac{1}{B_z} \cdot \frac{3}{2} n_e k \frac{\partial T}{\partial r} - \sigma_\perp (v_r + d_r) B_z, \quad (21)$$

wobei wieder $\omega_e^2 \tau_e^2 \gg 1$ und $B_\varphi^2 \ll B_z^2$ vorausgesetzt sind.

Nach Aussage der Gl. (21) liegen also im Mittelteil der hier untersuchten Entladung dann dieselben Druckverhältnisse wie in einer zylindersymmetrischen Plasmasäule vor, wenn der radiale Massenzufluß den Druckaufbau nur unwesentlich beeinflußt. Dann muß insbesondere die Elektronendichte im doppelt ionisierten Kern über den Radius konstant sein. Das ist für bestimmte Entladungsparameter (Fülldruck, Entladungsstrom, Spulenfeldstärke) auch der Fall, wie Untersuchungen von GRASSMANN¹³ gezeigt haben. Bei diesen wurde der radiale Verlauf der Elektronendichte im besonders gut zylindrischen Mittelteil einer Entladung vom gleichen Typ wie die hier betrachtete mit Hilfe des FARADAY-Effektes bestimmt. Für niedrige Entladungsströme und Spulenfelder, also für relativ geringen Druck auf der Achse ergab sich eine von der Achse bis zu etwa $2/3$ des Plasmaradius konstante Elektronendichte. Dieses Ergebnis ist ein direkter Nachweis für die Wirksamkeit des NERNST-Effektes. Steigert man Entladungsstrom und Spulenfeld, so wächst der Druck auf der Achse, damit die axiale Ausströmung und deswegen auch der Betrag von v_r . Das äußert sich in leichten Einsenkungen des Elektronendichteplateaus.

Es hängt somit offenbar von den Entladungsparametern ab, ob der Druckaufbau praktisch nur durch ambipolare Diffusion und NERNST-Effekt bestimmt wird, oder ob auch der radiale Massenzufluß eine Rolle spielt. Welcher der beiden Fälle jeweils vorliegt, kann nachgeprüft werden, wenn außer $\Phi_\infty^{(i)}$ auch das Temperaturprofil gemessen wurde. Aus diesem lassen sich die Beiträge der ambipolaren Diffusion zu j_φ und damit zu $\Phi_\infty^{(i)}$ unter Benutzung der Resultate von WIENECKE (vgl. Abb. 7) berechnen. Ebenso kann der Beitrag

$$\Phi_\infty^{(i,N)} = \mu_0 \int_0^{r_0} \frac{1}{B_z} \frac{3}{2} n_e k \frac{\partial T}{\partial r} \pi r^2 dr = \frac{3 \pi \mu_0}{B_z} \int_0^{r_0} n_e k [T(r) - T(r_0)] r dr \quad (22)$$

¹³ P. H. GRASSMANN, Z. Naturforschg., in Vorbereitung.

des NERNST-Effektes zu $\Phi_{\infty}^{(i)}$ bestimmt werden. Dabei geht der genaue Verlauf von $n_e(r)$ nicht kritisch in $\Phi_{\infty}^{(i,N)}$ ein, weil der Integrand in Gl. (22) für $r=0$ und für $r=r_0$ verschwindet. Die den Resultaten von GRASSMANN entsprechende Annahme, daß n_e im Kern konstant ist und linear zum Plasmarand abfällt, stellt deshalb sicher eine ausreichende Näherung dar. Die Elektronendichte im Kern kann man aus der Verbreiterung einer hochangeregten HeII-Linie bestimmen, da das Anregungsmaximum solcher Linien bei einer Temperatur liegt, bei der das Helium schon fast vollständig doppelt ionisiert ist⁴. Wir haben in zwei Fällen die Summe der so bestimmten Beiträge von ambipolarer Diffusion und NERNST-Effekt zu $\Phi_{\infty}^{(i)}$ mit dem aus den Flußmessungen erhaltenen Wert verglichen und beidesmal gefunden, daß der direkt gemessene Wert deutlich kleiner war als der aus dem Temperaturprofil bestimmte. Daraus ist zu schließen, daß der radiale Massenzstrom für den Druckaufbau dieser Entladungen eine Rolle spielt. Aus der Differenz der beiden

$$j_{\varphi} \mathbf{e}_{\varphi} = \sigma_{\perp} \left(\mathbf{v}_{m\perp} - \frac{1}{e n_e} \mathbf{j}_{m\perp} + \mathbf{d}_{m\perp} \right) \times \mathbf{B}_m - \frac{1}{B_m^2} \cdot \frac{3}{2} n_e k \nabla_{m\perp} T \times \mathbf{B}_m + \left(1 - \frac{\sigma_{\perp}}{\sigma_{\parallel}} \right) \frac{\mathbf{j}_m \mathbf{B}_m}{B^2} B_{\varphi} \mathbf{e}_{\varphi}. \quad (23)$$

Dabei sind \mathbf{e}_{φ} der azimutale Einheitsvektor und \mathbf{B}_m der meridionale, d. h. in der $r z$ -Ebene gelegene Anteil von \mathbf{B} . $\mathbf{j}_{m\perp}$ ist der durch

$$\mathbf{j}_{m\perp} = \frac{\mathbf{B}_m}{B_m^2} \times (\mathbf{j}_m \times \mathbf{B}_m) \quad (24)$$

gegebene, zu \mathbf{B}_m senkrechte Anteil der meridionalen Stromdichte \mathbf{j}_m ; analog sind $\mathbf{v}_{m\perp}$ und $\mathbf{d}_{m\perp}$ definiert. Der letzte Term der Gl. (23) ist wieder auf die anisotrope Leitfähigkeit zurückzuführen.

Wir beginnen mit der Diskussion des HALL-Terms

$$- \frac{1}{e n_e} \mathbf{j}_{m\perp} \times \mathbf{B}_m,$$

fragen uns also, ob der Entladungsstrom überall genau parallel zum meridionalen Magnetfeld fließt. Die Trichter fallen mit einer von \mathbf{B}_m -Linien gebildeten Flußröhre zusammen. Würde der Entladungsstrom überall innerhalb dieser Flußröhre verbleiben, so wäre der Plasmaradius überall mit dem Radius dieser Flußröhre identisch. Die Spektren zeigen aber, daß in der Mittelebene der Anordnung ($z=0$) der Plasmaradius größer ist, d. h. es müssen für $z<0$ \mathbf{j}_m -Linien aus dieser Flußröhre heraustreten und für $z>0$ wieder zurückkehren. Danach liefert der HALL-Term für $z<0$ einen paramagnetischen, für $z>0$ einen diamagnetischen Beitrag zu j_{φ} , wo-

Werte für $\Phi_{\infty}^{(i)}$ läßt sich der Betrag von v_r abschätzen; man kommt so für den Plasmarand (auf der Achse verschwindet v_r natürlich) auf $1 - 2 \cdot 10^3 \text{ cm sec}^{-1}$. Die Annahme, daß v_r für die ganze Länge der frei brennenden Entladung diesen Wert hat, liefert dann eine axiale Ausströmgeschwindigkeit der Größenordnung 10^6 cm sec^{-1} , was mit den an ähnlichen Entladungen aus DOPPLER-Verschiebungen⁸ gefundenen Werten gut übereinstimmt.

c) *Qualitative Diskussion des gesamten Verlaufs von $\Phi_{\infty}^{(i)}$.*

Zur Diskussion des Verlaufs von $\Phi_{\infty}^{(i)}(z)$ über die ganze Länge des Entladungsrohres gehen wir von den Verhältnissen im Mittelteil aus und untersuchen, wie die einzelnen Beiträge zu j_{φ} sich mit z ändern. Wegen des Auftretens von B_r außerhalb des Mittelteils ist die Darstellung der φ -Komponente des verallgemeinerten OHMSCHEN Gesetzes in Zylinderkoordinaten unhandlich. Wir benutzten stattdessen die Vektorgleichung

durch sich die Asymmetrie von $\Phi_{\infty}^{(i)}$ bezüglich $z=0$ (vgl. Abb. 6) erklärt. Abb. 9 zeigt die Zerlegung der in Abb. 6 wiedergegebenen Kurve $\Phi_{\infty}^{(i)}(z)$ in den zur Mittelebene symmetrischen Anteil $\Phi_{\infty}^{(i,s)}(z)$ und den antisymmetrischen Anteil $\Phi_{\infty}^{(i,a)}(z)$, den wir ausschließlich dem HALL-Term zuschreiben können. Nach Aussage der Abb. 9 verschwindet der HALL-Term im Mittelteil, wie wir ja bisher auch immer angenommen hatten, und zeigt in der Umgebung der Trichterausgänge das erwartete Verhalten.

Auch das Auftreten des HALL-Terms vor den Elektroden läßt sich verstehen: Beim Einschalten des Spulenfeldes wird in den Elektroden ein Ringstrom induziert, der bis zum Beginn der Entladung noch nicht abgeklungen ist und das Spulenfeld vor den Elektroden merklich verzerrt. Der Entladungsstrom muß aber den Trichterwänden folgen, bei deren Formgebung diese Verzerrung nicht berücksichtigt wurde. Der große Betrag von $\Phi_{\infty}^{(i,a)}$ vor den Elektroden ist auf die großen Werte von r^2 zurückzuführen.

Die azimutale Kraftdichte $\mathbf{j}_{m\perp} \times \mathbf{B}_m$ sollte zu einer Rotation des Plasmas führen. Diese konnte auch festgestellt werden: Bei *side-on*-Beobachtung der Umgebung der Trichterausgänge zeigten schmale Linien eine DOPPLER-Verschiebung⁸. Das Plasma rotiert nach Ausweis dieser Spektren in der durch $\mathbf{j}_{m\perp} \times \mathbf{B}_m$ gegebenen Richtung; also vor den beiden Trichterausgängen mit entgegengesetztem Drehsinn.

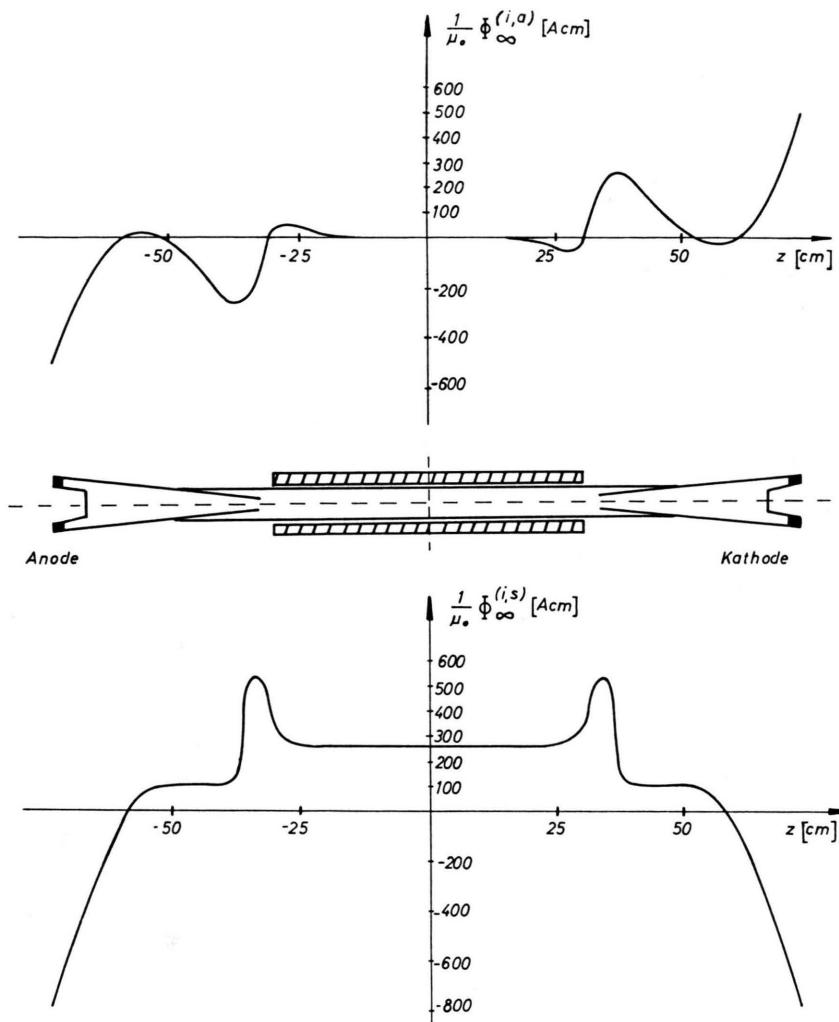


Abb. 9. Zerlegung der in Abb. 6 wiedergegebenen gemessenen Verteilung $\Phi_{\infty}^{(i)}/\mu_0$ in den zur Ebene $z=0$ symmetrischen Anteil $\Phi_{\infty}^{(i,s)}/\mu_0$ (unten) und den antisymmetrischen Anteil $\Phi_{\infty}^{(i,a)}/\mu_0$ (oben). Der antisymmetrische Teil kann dem HALL-Term zugeschrieben werden. Der Verlauf des symmetrischen Teils wird im wesentlichen durch die „Konkurrenz“ der diamagnetischen Beiträge der ambipolaren Diffusion und des NERNST-Effektes einerseits und des paramagnetischen Anisotropie-Terms andererseits bestimmt.

Wir brauchen im folgenden also nur noch den Verlauf des symmetrischen Anteils $\Phi_{\infty}^{(i,s)}(z)$ zu diskutieren. Für den Mittelteil ist das bereits geschehen. Dort überwogen die Beiträge der ambipolaren Diffusion und des NERNST-Effektes zu j_{φ} . Diese Beiträge verschwinden für $B \rightarrow 0$, nehmen also zu den Elektroden hin ab. Dagegen zeigt der von der Anisotropie der Leitfähigkeit herrührende Beitrag zu j_{φ} , der im Mittelteil nur eine unwe sentliche Rolle spielt, ein anderes Verhalten. Er muß natürlich auch für $B = 0$ verschwinden, weil dann $\sigma_{\perp} = \sigma_{\parallel}$ gilt, durchläuft aber vorher ein Maximum. Das läßt sich folgendermaßen zeigen: Da in der Entladung überall $|B_r/B_z|$ und $|j_r/j_z| \ll 1$ sind, können wir $\mathbf{j}_m \mathbf{B}_m$ durch $j_z B_z$ abschätzen. Für $B_{\varphi}^2 \ll B_z^2$ ist der Anteil von j_{φ} , der von der anisotropen Leitfähigkeit

herrührt, durch

$$j_{\varphi}^* = \left(1 - \frac{\sigma_{\perp}}{\sigma_{\parallel}}\right) \frac{B_{\varphi}}{B_z} j_z \quad (25)$$

gegeben [vgl. Gl. (23)]. Solange noch $\omega_e^2 \tau_e^2 \gg 1$, also $\sigma_{\perp} \approx \frac{1}{2} \sigma_{\parallel}$ gilt, ist

$$\begin{aligned} \frac{1}{\mu_0} \Phi_{\infty}^{(i)*} = \int_0^{r_0} j_{\varphi}^* \pi r^2 dr &= \frac{1}{2 B_z} \int_0^{r_0} j_z B_{\varphi} \pi r^2 dr \\ &= \frac{1}{2 B_z} \frac{\mu_0}{8 \pi} I_E^2 \quad (26) \end{aligned}$$

[vgl. Gl. (10)], d. h. $\Phi_{\infty}^{(i)*}$ nimmt zunächst mit $1/B_z$ zu. Der aus Abb. 6 ersichtliche Übergang vom positiven $\Phi_{\infty}^{(i)}$ im Mittelteil zu negativem $\Phi_{\infty}^{(i)}$ in den Trichtern erklärt sich also aus der verschiedenen B -Abhängigkeit der diamagnetischen Beiträge

der ambipolaren Diffusion und des NERNST-Effektes einerseits und des paramagnetischen Anisotropie-Terms andererseits.

Wie diese „Grundstruktur“ von $\Phi_{\infty}^{(i,s)}(z)$ durch den Beitrag von $\mathbf{v}_{m\perp}$ modifiziert wird, ist generell schwer zu sagen. $\mathbf{v}_{m\perp}$ liefert paramagnetische Beiträge, wenn die Strömung von außen in eine Flußröhre eintritt (wie es im Mittelteil der Fall ist), diamagnetische Beiträge beim Herausströmen. Es liegt nahe, das Auftreten der aus Abb. 9 ersichtlichen scharfen Maxima von $\Phi_{\infty}^{(i,s)}$ so zu klären, daß ein erheblicher Teil der vom Mittelteil her axial in Richtung der Elektroden abfließenden Materie nicht in die Trichter gelangt, sondern vor den Trichterausgängen radial, also ungefähr senkrecht zu \mathbf{B}_m abströmt.

Durch Zerlegung von $\Phi_{\infty}^{(i)}(z)$ in einen symmetrischen und einen antisymmetrischen Anteil gelingt es also, den recht komplizierten Verlauf dieser Kurve zwanglos zu interpretieren.

4. Zusammenfassung

Der Druckaufbau einer stationären, linearen Entladung im Feld einer zylindrischen Spule wird experimentell untersucht. Dazu wird der magnetische Fluß des inneren (d. h. durch Ströme im Plasma erzeugten) Magnetfeldes durch über die Länge des Entladungsrohres verteilte Induktionsspulen gemessen. Daraus läßt sich ein konsistentes Bild vom

Druckaufbau in dieser Entladung gewinnen. Es zeigt sich, daß der Druck auf der Achse der Plasmasäule innerhalb der Feldspule mit etwa einer Atmosphäre wesentlich größer als der Druck im Neutralgasmantel und in dem außerhalb der Feldspule gelegenen Teil der Entladung ist. Diese Druckerhöhung ist einmal auf die bereits bekannte Wirkung der ambipolaren Diffusion senkrecht zu einem Magnetfeld und zum anderen auf einen thermomagnetischen Effekt, den NERNST-Effekt, zurückzuführen, dessen Einfluß auf den Druckaufbau eines Plasmas bisher nicht untersucht wurde.

Infolge dieser Druckverteilung stellt sich eine Strömung in der Entladung ein, deren Einfluß auf den Achsendruck im Mittelteil ebenfalls geklärt werden konnte. Darüber hinaus läßt sich die gemessene Flußverteilung für die gesamte Entladung in Übereinstimmung mit anderweitigen experimentellen Beobachtungen qualitativ deuten, woraus sich weitere Aufschlüsse über das Verhalten der Entladung ergeben.

Diese Arbeit wurde im Max-Planck-Institut für Physik in München in der experimentellen Abteilung unter Leitung von Herrn Dr. G. von GIERKE begonnen und dann in Garching im Rahmen des Vertrages zwischen dem Institut für Plasmaphysik GmbH und der Europäischen Atomgemeinschaft über die Zusammenarbeit auf dem Gebiet der Plasmaphysik fortgesetzt. Herrn Prof. R. WIENECKE danke ich sehr für das fördernde Interesse an dieser Arbeit und Herrn Dr. H. WULFF besonders herzlich für zahlreiche Anregungen und seine fortwährende Unterstützung.